

1 Aufgaben

Aufgabe 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 6 & 4 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 & 4 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \\ 5 & 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

$$\begin{pmatrix} 0 & 5 & 1 & 3 \\ 11 & 7 & 9 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -8 & -1 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 6

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 7

$$\begin{pmatrix} 8 & 16 & 8 & 8 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & 0 & 8 & 0 \\ 1 & 8 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8

$$\begin{pmatrix} 0 & 7 & 0 & 5 \\ 4 & 8 & 2 & 8 \\ 0 & 3 & -4 & 3 \\ 2 & 16 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 9

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 7 \\ 1 & 8 & 1 & 7 \\ 0 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 10

$$\begin{pmatrix} 8 & 16 & 8 & 8 \\ 0 & 8 & 0 & 14 \\ 8 & 32 & 8 & 32 \\ 0 & 8 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 11

$$\begin{pmatrix} -5 & -5 & 1 & -4 \\ 3 & -5 & 2 & -3 \\ 1 & -5 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 12

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & -3 \\ -1 & -4 & 3 & -3 \\ -5 & -5 & 3 & -3 \\ -4 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 13

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & -3 \\ -2 & -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 14

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 & -3 \\ -5 & 2 & 1 & 3 \\ -4 & -4 & -1 & 1 \\ -5 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 15

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 & -4 & -3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 4 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & -4 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 16

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & -5 \\ -3 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 17

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 & -2 \\ 1 & 3 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -2 & 2 \\ 3 & -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 18

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 4 & -2 \\ -3 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 19

$$\begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 & -2 \\ -3 & -4 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 20

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \\ -5 & 0 & -3 & -1 \\ -3 & -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

2 Lösungen

Aufgabe 1:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 6 & 4 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot ((4) + (32) + (6) - (8) - (24) - (4)) \\ &= 1 \cdot (6) \\ &-6 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= -6 \cdot ((4) + (8) + (6) - (8) - (24) - (1)) \\ &= -6 \cdot (-15) \\ &+1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot ((16) + (8) + (24) - (32) - (24) - (4)) \\ &= 1 \cdot (-12) \\ &-2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \\ &= -2 \cdot ((32) + (2) + (8) - (8) - (8) - (8)) \\ &= -2 \cdot (18) \\ &= (1 \cdot 6) - (6 \cdot -15) + (1 \cdot -12) - (2 \cdot 18) \\ &= 6 - -90 + -12 - 36 \\ &= 48 \end{aligned}$$

Aufgabe 2:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 2 & 6 & 2 & 4 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \\ 5 & 8 & 6 & 5 \end{vmatrix} \\ &= 2 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 7 & 6 \\ 3 & 2 & 4 \\ 8 & 6 & 5 \end{vmatrix} \\ &= 2 \cdot ((80) + (224) + (108) - (96) - (192) - (105)) \\ &= 2 \cdot (19) \\ &-9 \cdot \begin{vmatrix} 6 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 8 & 6 & 5 \end{vmatrix} \\ &= -9 \cdot ((60) + (64) + (72) - (64) - (144) - (30)) \\ &= -9 \cdot (-42) \\ &+2 \cdot \begin{vmatrix} 6 & 2 & 4 \\ 8 & 7 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \end{vmatrix} \\ &= 2 \cdot ((210) + (96) + (192) - (224) - (216) - (80)) \\ &= 2 \cdot (-22) \\ &-5 \cdot \begin{vmatrix} 6 & 2 & 4 \\ 8 & 7 & 6 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} \\ &= -5 \cdot ((168) + (36) + (64) - (84) - (72) - (64)) \\ &= -5 \cdot (48) \\ &= (2 \cdot 19) - (9 \cdot -42) + (2 \cdot -22) - (5 \cdot 48) \\ &= 38 - -378 + -44 - 240 \\ &= 132 \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 0 & 5 & 1 & 3 \\ 11 & 7 & 9 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 8 & 4 \end{vmatrix} \\ &= 0 \cdot \begin{vmatrix} 7 & 9 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 7 & 8 & 4 \end{vmatrix} \\ &= 0 \cdot ((28) + (189) + (80) - (35) - (168) - (72)) \\ &= 0 \cdot (22) \\ &-11 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 7 & 8 & 4 \end{vmatrix} \\ &= -11 \cdot ((20) + (21) + (48) - (21) - (120) - (8)) \\ &= -11 \cdot (-60) \\ &+1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 7 & 9 & 5 \\ 7 & 8 & 4 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot ((180) + (35) + (168) - (189) - (200) - (28)) \\ &= 1 \cdot (-34) \\ &-7 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 7 & 9 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} \\ &= -7 \cdot ((135) + (10) + (21) - (54) - (25) - (21)) \\ &= -7 \cdot (66) \\ &= (0 \cdot 22) - (11 \cdot -60) + (1 \cdot -34) - (7 \cdot 66) \\ &= 0 - -660 + -34 - 462 \\ &= 164 \end{aligned}$$

Aufgabe 4:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -8 & -1 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -8 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ & \quad = 1 \cdot ((0) + (0) + (0) - (0) - (0) - (0)) \\ & \quad = 1 \cdot (0) \\ & -3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -8 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ & \quad = -3 \cdot ((0) + (0) + (-16) - (0) - (-16) - (0)) \\ & \quad = -3 \cdot (0) \\ & +1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ & \quad = 1 \cdot ((0) + (0) + (0) - (0) - (0) - (0)) \\ & \quad = 1 \cdot (0) \\ & -1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -8 & -1 & -4 \end{vmatrix} \\ & \quad = -1 \cdot ((-16) + (0) + (0) - (-16) - (0) - (0)) \\ & \quad = -1 \cdot (0) \\ & = (1 \cdot 0) - (3 \cdot 0) + (1 \cdot 0) - (1 \cdot 0) \\ & = 0 - 0 + 0 - 0 \\ & = 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 5:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot ((0) + (0) + (0) - (0) - (0) - (0)) \\ &= 1 \cdot (0) \\ & -1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -1 \cdot ((0) + (0) + (0) - (0) - (0) - (0)) \\ &= -1 \cdot (0) \\ & + -1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -1 \cdot ((0) + (0) + (0) - (0) - (0) - (0)) \\ &= -1 \cdot (0) \\ & -3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -3 \cdot ((0) + (0) + (0) - (0) - (0) - (0)) \\ &= -3 \cdot (0) \\ &= (1 \cdot 0) - (1 \cdot 0) + (-1 \cdot 0) - (3 \cdot 0) \\ &= 0 - 0 + 0 - 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 6:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot ((0) + (0) + (0) - (0) - (0) - (0)) \\ &= 1 \cdot (0) \\ &-3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -3 \cdot ((0) + (0) + (0) - (8) - (0) - (0)) \\ &= -3 \cdot (-8) \\ &+1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot ((0) + (0) + (0) - (8) - (0) - (0)) \\ &= 1 \cdot (-8) \\ &-1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -1 \cdot ((0) + (0) + (0) - (0) - (0) - (0)) \\ &= -1 \cdot (0) \\ &= (1 \cdot 0) - (3 \cdot -8) + (1 \cdot -8) - (1 \cdot 0) \\ &= 0 - -24 + -8 - 0 \\ &= 16 \end{aligned}$$

Aufgabe 7:

$$\begin{vmatrix} 8 & 16 & 8 & 8 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & 0 & 8 & 0 \\ 1 & 8 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 8 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 8 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 8 \cdot ((0) + (0) + (0) - (0) - (0) - (0))$$

$$= 8 \cdot (0)$$

$$-3 \cdot \begin{vmatrix} 16 & 8 & 8 \\ 0 & 8 & 0 \\ 8 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -3 \cdot ((0) + (0) + (0) - (512) - (0) - (0))$$

$$= -3 \cdot (-512)$$

$$+8 \cdot \begin{vmatrix} 16 & 8 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \\ 8 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 8 \cdot ((0) + (0) + (0) - (64) - (0) - (0))$$

$$= 8 \cdot (-64)$$

$$-1 \cdot \begin{vmatrix} 16 & 8 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -1 \cdot ((0) + (0) + (0) - (0) - (0) - (0))$$

$$= -1 \cdot (0)$$

$$= (8 \cdot 0) - (3 \cdot -512) + (8 \cdot -64) - (1 \cdot 0)$$

$$= 0 - -1536 + -512 - 0$$

$$= 1024$$

Aufgabe 8:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 0 & 7 & 0 & 5 \\ 4 & 8 & 2 & 8 \\ 0 & 3 & -4 & 3 \\ 2 & 16 & 4 & 8 \end{vmatrix} \\ &= 0 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 2 & 8 \\ 3 & -4 & 3 \\ 16 & 4 & 8 \end{vmatrix} \\ & \quad = 0 \cdot ((-256) + (96) + (96) - (-512) - (96) - (48)) \\ & \quad = 0 \cdot (304) \\ & -4 \cdot \begin{vmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 3 & -4 & 3 \\ 16 & 4 & 8 \end{vmatrix} \\ & \quad = -4 \cdot ((-224) + (0) + (60) - (-320) - (84) - (0)) \\ & \quad = -4 \cdot (72) \\ & +0 \cdot \begin{vmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 8 & 2 & 8 \\ 16 & 4 & 8 \end{vmatrix} \\ & \quad = 0 \cdot ((112) + (0) + (160) - (160) - (224) - (0)) \\ & \quad = 0 \cdot (-112) \\ & -2 \cdot \begin{vmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 8 & 2 & 8 \\ 3 & -4 & 3 \end{vmatrix} \\ & \quad = -2 \cdot ((42) + (0) + (-160) - (30) - (-224) - (0)) \\ & \quad = -2 \cdot (76) \\ & = (0 \cdot 304) - (4 \cdot 72) + (0 \cdot -112) - (2 \cdot 76) \\ & = 0 - 288 + 0 - 152 \\ & = -440 \end{aligned}$$

Aufgabe 9:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 7 \\ 1 & 8 & 1 & 7 \\ 0 & 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 0 & 7 \\ 8 & 1 & 7 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot ((4) + (0) + (168) - (28) - (84) - (0)) \\ &= 1 \cdot (60) \\ &-0 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 8 & 1 & 7 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= -0 \cdot ((4) + (28) + (48) - (8) - (84) - (8)) \\ &= -0 \cdot (-20) \\ &+1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot ((0) + (28) + (24) - (0) - (84) - (4)) \\ &= 1 \cdot (-36) \\ &-0 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 7 \\ 8 & 1 & 7 \end{vmatrix} \\ &= -0 \cdot ((0) + (56) + (8) - (0) - (28) - (28)) \\ &= -0 \cdot (8) \\ &= (1 \cdot 60) - (0 \cdot -20) + (1 \cdot -36) - (0 \cdot 8) \\ &= 60 - 0 + -36 - 0 \\ &= 24 \end{aligned}$$

Aufgabe 10:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 8 & 16 & 8 & 8 \\ 0 & 8 & 0 & 14 \\ 8 & 32 & 8 & 32 \\ 0 & 8 & 3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 8 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 0 & 14 \\ 32 & 8 & 32 \\ 8 & 3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 8 \cdot ((128) + (0) + (1344) - (896) - (768) - (0)) \\ &= 8 \cdot (-192) \\ &-0 \cdot \begin{vmatrix} 16 & 8 & 8 \\ 32 & 8 & 32 \\ 8 & 3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= -0 \cdot ((256) + (2048) + (768) - (512) - (1536) - (512)) \\ &= -0 \cdot (512) \\ &+8 \cdot \begin{vmatrix} 16 & 8 & 8 \\ 8 & 0 & 14 \\ 8 & 3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 8 \cdot ((0) + (896) + (192) - (0) - (672) - (128)) \\ &= 8 \cdot (288) \\ &-0 \cdot \begin{vmatrix} 16 & 8 & 8 \\ 8 & 0 & 14 \\ 32 & 8 & 32 \end{vmatrix} \\ &= -0 \cdot ((0) + (3584) + (512) - (0) - (1792) - (2048)) \\ &= -0 \cdot (256) \\ &= (8 \cdot -192) - (0 \cdot 512) + (8 \cdot 288) - (0 \cdot 256) \\ &= -1536 - 0 + 2304 - 0 \\ &= 768 \end{aligned}$$

Aufgabe 11:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} -5 & -5 & 1 & -4 \\ 3 & -5 & 2 & -3 \\ 1 & -5 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -4 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -5 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 2 & -3 \\ -5 & -1 & -1 \\ -1 & -4 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -5 \cdot ((0) + (2) + (-60) - (-3) - (-20) - (0)) \\ &= -5 \cdot (-35) \\ & -3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 1 & -4 \\ -5 & -1 & -1 \\ -1 & -4 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -3 \cdot ((0) + (1) + (-80) - (-4) - (-20) - (0)) \\ &= -3 \cdot (-55) \\ & +1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 1 & -4 \\ -5 & 2 & -3 \\ -1 & -4 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot ((0) + (3) + (-80) - (8) - (-60) - (0)) \\ &= 1 \cdot (-25) \\ & - -1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 1 & -4 \\ -5 & 2 & -3 \\ -5 & -1 & -1 \end{vmatrix} \\ &= - -1 \cdot ((10) + (15) + (-20) - (40) - (-15) - (5)) \\ &= - -1 \cdot (-25) \\ &= (-5 \cdot -35) - (3 \cdot -55) + (1 \cdot -25) - (-1 \cdot -25) \\ &= 175 - -165 + -25 - 25 \\ &= 290 \end{aligned}$$

Aufgabe 12:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 & -3 \\ -1 & -4 & 3 & -3 \\ -5 & -5 & 3 & -3 \\ -4 & 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= -2 \cdot \begin{vmatrix} -4 & 3 & -3 \\ -5 & 3 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= -2 \cdot ((-12) + (-27) + (45) - (-27) - (36) - (-15)) \\ &= -2 \cdot (12) \\ &-- 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -5 & 3 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= -- 1 \cdot ((3) + (9) + (45) - (-27) - (-9) - (5)) \\ &= -- 1 \cdot (88) \\ &+ -5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -4 & 3 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= -5 \cdot ((3) + (9) + (36) - (-27) - (-9) - (4)) \\ &= -5 \cdot (80) \\ &-- 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -4 & 3 & -3 \\ -5 & 3 & -3 \end{vmatrix} \\ &= -- 4 \cdot ((-9) + (-15) + (36) - (45) - (-9) - (-12)) \\ &= -- 4 \cdot (-12) \\ &= (-2 \cdot 12) - (-1 \cdot 88) + (-5 \cdot 80) - (-4 \cdot -12) \\ &= -24 - -88 + -400 - 48 \\ &= -384 \end{aligned}$$

Aufgabe 13:

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & -3 \\ -2 & -4 & -1 & 3 \end{vmatrix} \\
 &= 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \\ -4 & -1 & 3 \end{vmatrix} \\
 & \quad = 2 \cdot ((0) + (-24) + (0) - (0) - (9) - (6)) \\
 & \quad = 2 \cdot (-39) \\
 & -2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & -3 \\ -4 & -1 & 3 \end{vmatrix} \\
 & \quad = -2 \cdot ((0) + (36) + (3) - (0) - (-6) - (-9)) \\
 & \quad = -2 \cdot (54) \\
 & +4 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 \\ 3 & -2 & 0 \\ -4 & -1 & 3 \end{vmatrix} \\
 & \quad = 4 \cdot ((12) + (0) + (-9) - (24) - (0) - (27)) \\
 & \quad = 4 \cdot (-48) \\
 & - -2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 \\ 3 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \end{vmatrix} \\
 & \quad = - -2 \cdot ((-12) + (0) + (0) - (6) - (0) - (-27)) \\
 & \quad = - -2 \cdot (9) \\
 & = (2 \cdot -39) - (2 \cdot 54) + (4 \cdot -48) - (-2 \cdot 9) \\
 & = -78 - 108 + -192 - -18 \\
 & = -360
 \end{aligned}$$

Aufgabe 14:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 & -3 \\ -5 & 2 & 1 & 3 \\ -4 & -4 & -1 & 1 \\ -5 & -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \\ &= -3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -4 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \\ & \quad = -3 \cdot ((2) + (-1) + (0) - (3) - (0) - (4)) \\ & \quad = -3 \cdot (-6) \\ & - -5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -4 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \\ & \quad = - -5 \cdot ((1) + (0) + (0) - (-3) - (0) - (0)) \\ & \quad = - -5 \cdot (4) \\ & + -4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \\ & \quad = -4 \cdot ((-1) + (0) + (0) - (3) - (0) - (0)) \\ & \quad = -4 \cdot (-4) \\ & - -5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & 3 \\ -4 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\ & \quad = - -5 \cdot ((1) + (0) + (6) - (12) - (-3) - (0)) \\ & \quad = - -5 \cdot (-2) \\ & = (-3 \cdot -6) - (-5 \cdot 4) + (-4 \cdot -4) - (-5 \cdot -2) \\ & = 18 - -20 + 16 - 10 \\ & = 44 \end{aligned}$$

Aufgabe 15:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} -4 & 1 & -4 & -3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 4 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & -4 & -4 & 2 \end{vmatrix} \\ &= -4 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -4 & -4 & 2 \end{vmatrix} \\ & \qquad \qquad \qquad = -4 \cdot ((-8) + (16) + (8) - (-4) - (-32) - (-8)) \\ & \qquad \qquad \qquad = -4 \cdot (60) \\ & - - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \\ -4 & -4 & 2 \end{vmatrix} \\ & \qquad \qquad \qquad = - - 3 \cdot ((-2) + (32) + (24) - (-12) - (-8) - (-16)) \\ & \qquad \qquad \qquad = - - 3 \cdot (90) \\ & +4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 4 & -2 & -1 \\ -4 & -4 & 2 \end{vmatrix} \\ & \qquad \qquad \qquad = 4 \cdot ((-4) + (-16) + (48) - (-24) - (4) - (-32)) \\ & \qquad \qquad \qquad = 4 \cdot (80) \\ & - - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 4 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} \\ & \qquad \qquad \qquad = - - 1 \cdot ((-4) + (8) + (12) - (12) - (1) - (-32)) \\ & \qquad \qquad \qquad = - - 1 \cdot (35) \\ & = (-4 \cdot 60) - (-3 \cdot 90) + (4 \cdot 80) - (-1 \cdot 35) \\ & = -240 - -270 + 320 - -35 \\ & = 385 \end{aligned}$$

Aufgabe 16:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 2 & 0 & -3 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & -5 \\ -3 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 2 \cdot ((-4) + (-2) + (-60) - (-10) - (8) - (6)) \\ &= 2 \cdot (-70) \\ &- -4 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} \\ &= - -4 \cdot ((0) + (6) + (12) - (2) - (0) - (-18)) \\ &= - -4 \cdot (34) \\ &+ -3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} \\ &= -3 \cdot ((0) + (-30) + (8) - (-2) - (0) - (-12)) \\ &= -3 \cdot (-8) \\ &-2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\ &= -2 \cdot ((0) + (45) + (-2) - (3) - (0) - (-6)) \\ &= -2 \cdot (46) \\ &= (2 \cdot -70) - (-4 \cdot 34) + (-3 \cdot -8) - (2 \cdot 46) \\ &= -140 - -136 + 24 - 92 \\ &= -72 \end{aligned}$$

Aufgabe 17:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} -1 & 3 & 3 & -2 \\ 1 & 3 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -2 & 2 \\ 3 & -5 & 1 & -3 \end{vmatrix} \\ &= -1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 4 & -2 & 2 \\ -5 & 1 & -3 \end{vmatrix} \\ & \quad = -1 \cdot ((18) + (20) + (12) - (30) - (6) - (24)) \\ & \quad = -1 \cdot (-10) \\ & -1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 4 & -2 & 2 \\ -5 & 1 & -3 \end{vmatrix} \\ & \quad = -1 \cdot ((18) + (-30) + (-8) - (-20) - (6) - (-36)) \\ & \quad = -1 \cdot (30) \\ & +2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 3 & -2 & 3 \\ -5 & 1 & -3 \end{vmatrix} \\ & \quad = 2 \cdot ((18) + (-45) + (-6) - (-20) - (9) - (-27)) \\ & \quad = 2 \cdot (5) \\ & -3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 3 & -2 & 3 \\ 4 & -2 & 2 \end{vmatrix} \\ & \quad = -3 \cdot ((-12) + (36) + (12) - (16) - (-18) - (18)) \\ & \quad = -3 \cdot (20) \\ &= (-1 \cdot -10) - (1 \cdot 30) + (2 \cdot 5) - (3 \cdot 20) \\ &= 10 - 30 + 10 - 60 \\ &= -70 \end{aligned}$$

Aufgabe 18:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} -3 & -1 & 4 & -2 \\ -3 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & -3 & -3 \end{vmatrix} \\ &= -3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 4 \\ 3 & -3 & -3 \end{vmatrix} \\ &= -3 \cdot ((18) + (0) + (6) - (-12) - (-36) - (0)) \\ &= -3 \cdot (72) \\ &- -3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 4 \\ 3 & -3 & -3 \end{vmatrix} \\ &= - -3 \cdot ((-6) + (48) + (-6) - (12) - (12) - (12)) \\ &= - -3 \cdot (0) \\ &+1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 4 & -2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & -3 & -3 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot ((0) + (24) + (18) - (0) - (6) - (-36)) \\ &= 1 \cdot (72) \\ &-0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 4 & -2 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 4 \end{vmatrix} \\ &= -0 \cdot ((0) + (-8) + (12) - (0) - (4) - (48)) \\ &= -0 \cdot (-48) \\ &= (-3 \cdot 72) - (-3 \cdot 0) + (1 \cdot 72) - (0 \cdot -48) \\ &= -216 - 0 + 72 - 0 \\ &= -144 \end{aligned}$$

Aufgabe 19:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} -1 & -5 & 2 & -2 \\ -3 & -4 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 3 & -2 \end{vmatrix} \\ &= -1 \cdot \begin{vmatrix} -4 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix} \\ &= -1 \cdot ((-8) + (0) + (27) - (3) - (-12) - (0)) \\ &= -1 \cdot (28) \\ &- -3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix} \\ &= - -3 \cdot ((-10) + (-2) + (-18) - (-2) - (-15) - (-12)) \\ &= - -3 \cdot (-1) \\ &+4 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 2 & -2 \\ -4 & 0 & 3 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix} \\ &= 4 \cdot ((0) + (-6) + (24) - (0) - (-45) - (16)) \\ &= 4 \cdot (47) \\ &-3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 2 & -2 \\ -4 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\ &= -3 \cdot ((0) + (18) + (-8) - (0) - (15) - (-8)) \\ &= -3 \cdot (3) \\ &= (-1 \cdot 28) - (-3 \cdot -1) + (4 \cdot 47) - (3 \cdot 3) \\ &= -28 - 3 + 188 - 9 \\ &= 148 \end{aligned}$$

Aufgabe 20:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} -3 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \\ -5 & 0 & -3 & -1 \\ -3 & -2 & 4 & -4 \end{vmatrix} \\ &= -3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & -1 \\ -2 & 4 & -4 \end{vmatrix} \\ & \quad = -3 \cdot ((12) + (2) + (0) - (-6) - (-4) - (0)) \\ & \quad = -3 \cdot (24) \\ & -2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 0 & -3 & -1 \\ -2 & 4 & -4 \end{vmatrix} \\ & \quad = -2 \cdot ((-12) + (2) + (0) - (-12) - (4) - (0)) \\ & \quad = -2 \cdot (-2) \\ & + -5 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & -4 \end{vmatrix} \\ & \quad = -5 \cdot ((4) + (2) + (-8) - (4) - (4) - (-4)) \\ & \quad = -5 \cdot (-6) \\ & - -3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & -1 \end{vmatrix} \\ & \quad = - -3 \cdot ((1) + (0) + (6) - (0) - (-3) - (-1)) \\ & \quad = - -3 \cdot (11) \\ & = (-3 \cdot 24) - (2 \cdot -2) + (-5 \cdot -6) - (-3 \cdot 11) \\ & = -72 - -4 + 30 - -33 \\ & = -5 \end{aligned}$$

Quelle: www.mathe-ist-einfach.de/Matrizen/Matrizen.html